SITUAÇÕES DIDÁTICAS OLÍMPICAS: UMA PROPOSTA DE ENSINO AMPARADA COM O GEOGEBRA

OLYMPIC TEACHING SITUATIONS: A TEACHING PROPOSAL SUPPORTED WITH GEOGEBRA

Maria Luziana Oliveira Lima*
Italândia Ferreira de Azevedo**
Francisco Régis Vieira Alves***

RESUMO

O presente estudo é um recorte de uma dissertação de mestrado e tem como objetivo estruturar e propor duas Situações Didáticas Olímpicas (SDO) no contexto da OBMEP, tendo o *software* Geogebra como recurso auxiliar para o professor e para o aluno no momento da resolução dos problemas. Para a organização da pesquisa foi utilizada a Engenharia Didática (ED) como metodologia de pesquisa e a Teoria das Situações Didáticas (TSD) como teoria de ensino dando suporte teórico. A partir de uma pesquisa no repositório do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e no banco de teses e dissertações da CAPES, foi identificado que não há uma discussão aprofundada acerca de metodologias para o ensino de problemas olímpicos, tampouco com o uso de recursos tecnológicos. Dessa forma, propõe-se apresentar duas SDO acerca do conteúdo Sequências Numéricas, mais especificamente de Progressão Aritmética com o auxílio do Geogebra, com o intuito de oferecer aos professores do Ensino Médio uma alternativa metodológica para a resolução de problemas olímpicos em prol de despertar um maior interesse dos alunos pela aprendizagem e participação em olimpíadas de Matemática. Por fim, espera-se que este trabalho fomente discussões acerca de propostas de ensino aliadas à tecnologia, mais especificamente no contexto olímpico, a fim de que ocorram melhorias no ensino de Matemática, bem como incentivar o protagonismo do estudante frente aos problemas olímpicos, possibilitando a construção de conhecimento, além de incentivar a formação do professor que trabalha com olimpíadas.

Palavras-chave: Situações Didáticas Olímpicas. Teoria das Situações Didáticas. Engenharia Didática. Geogebra.

ABSTRACT

The present study is an excerpt from a master's dissertation and aims to structure and propose two Olympic Didactic Situations (SDO) in the context of OBMEP, using the Geogebra software as an auxiliary resource for the teacher and the student when solving

---

* Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pela UFC. Professora da Secretaria de Educação do Ceará. luziana_lima2008@hotmail.com
** Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo IFCE, campus Fortaleza. Professora da Secretaria de Educação do Ceará. italandiag@gmail.com
*** Doutor em Educação pela Universidade Federal do Ceará. Coordenador e professor do Mestrado acadêmico do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do IFCE, campus Fortaleza. fregis@gmx.fr

problems. Didactic Engineering (ED) was used for the organization of the research as a research methodology and the Didactic Situations Theory (TSD) as a teaching theory giving theoretical support. From a research in the repository of the Professional Master's in Mathematics in the National Network (PROFMAT) and in the CAPES thesis and dissertation database, it was identified that there is no in-depth discussion about methodologies for teaching Olympic problems, nor with the use technological resources. Thus, it is proposed to present two SDO about the content of Numerical Sequences, more specifically Arithmetic Progression with the help of Geogebra, in order to offer high school teachers a methodological alternative to solve Olympic problems in order to awaken a greater student interest in learning and participating in mathematics Olympics. Finally, it is expected that this work will encourage discussions about teaching proposals allied to technology, more specifically in the Olympic context, in order to make improvements in the teaching of Mathematics, as well as encourage the student's role in the face of Olympic problems, enabling the construction of knowledge, in addition to encouraging the training of teachers who work with the Olympics.

Keywords: Olympic Didactic Situations. Theory of Didactic Situations. Didactic Engineering. Geogebra.

Introdução

Com a criação da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), houve a necessidade, por parte de alguns professores, de uma melhor preparação dos alunos para esta competição, haja vista que os problemas apresentados em provas de olimpíadas requerem dos estudantes uma boa capacidade de raciocínio e de interpretação do problema (BAGATINI, 2010), não se prendendo a aplicações de fórmulas e, sim, na criatividade de resolução do problema.

A organização da OBMEP disponibiliza vários materiais de estudo no seu *site* oficial (provas antigas e banco de questões), programas como Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo - POTI e plataforma como o Portal da Matemática, nos quais encontramos diversos materiais para professores e estudantes que buscam se preparar para a referida olimpíada. Todavia, dificilmente há nestes materiais e/ou plataformas recomendações de *softwares* ou outros recursos computacionais e nem de uma metodologia de ensino direcionada a utilização destes materiais. A partir disso, surge a proposta de investigação para o trabalho de conclusão à nível de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará – UFC.

Considerando que estamos em um mundo com uma diversidade de recursos tecnológicos, é importante que eles sejam utilizados no âmbito educacional, como diversos autores têm se dedicado a estudar a influência da Tecnologia Digital na Educação e na Educação Matemática (VALENTE, 1997; VALENTE, 2014; ALMOULOUD, 2005; ARTIGUE, 2011; VILLARREAL, 2012) enfatizando que certos recursos digitais podem ser capazes de ajudar na construção do conhecimento do aluno.

Porém, nos programas e plataformas indicados para estudo da OBMEP ainda existe uma carência de uso de tecnologias digitais e/ou recursos pedagógicos digitais para auxiliar na resolução dos problemas olímpicos. Com isso, surge outros pesquisadores (OLIVEIRA, 2016; SANTOS, ALVES, 2017; AZEVEDO, ALVES, OLIVEIRA, 2018; ALVES, 2020), que buscam unir os materiais voltados à preparação de olimpíadas com as tecnologias digitais, sendo mais específicos, o uso do *software* Geogebra na resolução de problemas.

A escolha deste software surgiu a partir da sua facilidade de uso e forma dinâmica, permitindo a participação ativa do aluno no ato de resolver o problema. Para Cardoso (2019, p. 287), as ferramentas do Geogebra "permitem ao aluno interagir e aplicar conceitos que antes eram abordados somente em livros ou pelo professor na lousa". Assim, percebemos que este software pode tornar o ensino e aprendizagem mais prazeroso e instigante, além de melhorar a visualização e dinamismo de certos conteúdos de matemática.

Dessa forma, buscamos apresentar uma proposta para a resolução de problemas olímpicos que pode ser facilmente aplicada em sala de aula, dando enfoque à participação ativa dos estudantes na construção e desenvolvimento de conhecimento. Os dois problemas da OBMEP selecionados para este artigo abordam o conteúdo de sequências numéricas, mais notadamente de Progressão Aritmética, devido ter sido o objeto matemático trabalhado na dissertação.

Nesse contexto, destacamos que este trabalho tem caráter qualitativo e segue as duas primeiras fases da Engenharia Didática (Análise preliminar e Análise a *priori*) para fundamentar metodologicamente esta proposta didática. A Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi explorada na busca de modelar o ensino e aprendizagem através de situações didáticas, possibilitando que o aluno seja ativo, formule suas conjecturas e valide seu conhecimento no momento das resoluções dos problemas. Porém, para as situações didáticas a partir de problemas de olimpíadas usaremos o termo Situação Didática Olímpica.

A seguir, descrevemos sobre a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e seu impacto na vida dos alunos e professores nos últimos anos.

A OBMEP e as oportunidades para os alunos e professores

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), criada em 2005, como uma proposta para estimular o estudo de Matemática e identificar talentos da área (OBMEP, 2018) tem suas raízes no estado do Ceará e se constitui em uma consequência de um projeto vitorioso no estado, denominado projeto Numeratizar (BARBOSA, 2005).

Em 2020, o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) promovem a 16ª edição da OBMEP. Com a consolidação e o gradativo aumento de alunos, escolas e municípios participantes na OBMEP, essa competição olímpica tem como alguns de seus objetivos principais “estimular e promover o estudo da Matemática e contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade” (OBMEP, 2018). Devido ao alcance no número de alunos pela referida olimpíada, é considerada o maior concurso realizado para alunos de escolas públicas do país, com mais de 17 milhões de alunos inscritos em 2020, atingindo 99,84% dos municípios brasileiros.

A premiação aos alunos que se destacam com boas colocações nessa olimpíada ocorre através de medalhas de ouro, prata e bronze, certificados de menção honrosa, bolsas financiadas pelas Capes nos Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC) e Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME), além de premiação aos professores e Secretarias de Educação.

A partir dos resultados significativos desde a primeira edição da OBMEP já surgiram vários trabalhos acadêmicos (ALVES, 2010; SANTOS; ABREU, 2011; FONSÊCA; ULISSES; OLIVEIRA, 2015; BADARÓ, 2015) que investigaram os impactos que esta olimpíada provocou na vida de muitos alunos e professores.

De acordo com Alves (2010) participar da OBMEP é um motivo de ordem social que é determinado pela história de vida de cada aluno e pelos momentos vivenciados na escola. Sendo assim, “o desenvolvimento pessoal, o sucesso, o bem-estar serve como motivo para o aluno aprender, que pode ser explorado pela OBMEP estimulando por meio de suas premiações” (ALVES, 2010, p. 29). Nesta situação, observamos que esta olimpíada desperta o interesse pela aprendizagem do aluno no momento que ele se sente desafiado e almeja conquistar uma premiação.

Santos e Abreu (2011) enfatizam os impactos que a OBMEP provoca na vida do aluno e do professor. Eles trazem resultados de uma escola que apresenta sucesso em olimpíadas de Matemática. Observaram que o sucesso em matemática reforçado pelas premiações conduziu grande parte dos alunos a seguirem um curso superior a outras área de conhecimento, no campo de Engenharia de modo geral. Notaram também que os professores são bastante envolvidos e interessados com relação ao movimento gerado em suas escolas. Ao mesmo tempo, eles têm a oportunidade de ampliarem e aprofundarem os conhecimentos em certos conteúdos e matemática ao prepararem suas aulas a nível de olimpíadas, promovendo assim, uma autoformação.

Para Fonsêca, Ulisses e Oliveira (2015, p. 66), "a OBMEP provoca de maneira natural a valorização do aluno, que, ao ver-se premiado em nível nacional, abre seus horizontes antes restritos à sua comunidade local". Logo, muitos alunos veem nessa olimpíada a oportunidade de serem reconhecidos e premiados pelos seus talentos matemáticos.

Em seguida, apresentamos a teoria de ensino que dar suporte a proposta de ensino e que modela as situações didáticas a partir das vivências em suas fases.

Teoria das Situações Didáticas (TSD) e Situação Didática Olímpica (SDO)

Considerando que o interesse e a participação do aluno devem ser essenciais na concretização do conhecimento, a TSD se adequa à presente pesquisa, visto que em seu processo o discente é um ser ativo e o professor, um mediador.

A Teoria das Situações Didáticas foi desenvolvida por Guy Brousseau (1982, p. 39) no início da década de 80 e tem a situação didática como seu objeto principal.

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber construído ou em vias de constituição.

Também nesse contexto há o termo situação adidática, que possui as seguintes características segundo Brousseau (1986) *apud* Cavalcanti (2013, p. 5):

> - O professor escolhe atividades ou problemas de forma que o aluno possa aceitá-los e, ainda, que o leve a agir, falar, refletir e evoluir por iniciativa própria;
> - A atividade ou problema é escolhido para que o aluno adquira novos conhecimentos que sejam inteiramente justificados pela

lógica interna da situação e que possam ser construídos sem apelo às razões didáticas, e

- O professor, assumindo o papel de mediador, cria condições para o aluno ser o principal ator da construção de seus conhecimentos a partir da(s) atividade(s) propostas.

Segundo Almouloud (2007, p. 31-32), essa teoria tem como objetivo “caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos”. Ainda segundo este autor, o objeto de estudo dessa teoria são as situações didáticas onde deve haver interações entre professor, aluno e saber com vistas à apropriação de um conhecimento pelo educando de forma autônoma.

A TSD decompõe o processo de aprendizagem em quatro etapas, sendo que, nessas etapas, o aluno apresenta relações diferenciadas com o saber. Podendo ser modelada nas situações de: ação, formulação, validação e institucionalização. Nas três primeiras situações, consideradas situações adidáticas, o aluno se insere em um processo em que ele mesmo é responsável pela produção do seu conhecimento e o professor atua mediando e sinalizando caminhos possíveis para que o aluno chegue à solução do problema. Além disso, os alunos interagem entre si e com o *milieu*[1], se tornando sujeitos ativos no processo de ensino-aprendizagem. Na fase final, na institucionalização, o docente retoma o controle da situação e faz um fechamento das ideias.

Na Teoria das Situações Didáticas o professor/pesquisador planeja e organiza o *milieu* “para que a aprendizagem ocorra numa interação feita de desequilíbrios, assimilações e acomodações (conforme propõe Piaget), permitindo ao aluno a reflexão sobre suas ações e retroações, impondo restrições através de regras que devem ser respeitadas” (POMMER, 2013, p. 17).

Para um melhor esclarecimento de cada situação/dialética mencionadas, apresentamos a descrição a seguir a partir das ideias de Almouloud (2007).

Dialética da Ação: Nesta fase, predomina-se o aspecto experimental do conhecimento. Segundo Almouloud (2007, p. 38), “nela, as interações estão centralizadas na tomada de decisões”.

[1] O "*milieu*" é um conceito de fundamental importância que, traduzindo do francês para o português, significa meio. Sendo assim, o meio é tudo que interage com o aluno e o desafia a encontrar respostas das situações problemas (CARVALHO; FARIA, 2013, p. 250).

Dialética da Formulação: Essa etapa é caracterizada pela troca de informações entre os alunos de forma escrita ou oral. Essas informações podem estar em linguagem natural ou linguagem matemática.

Dialética da Validação: O estudante deve mostrar que o modelo matemático criado por ele tem validade e submeter esse modelo ao julgamento de um interlocutor. Nessa etapa, segundo Almouloud (2007, p. 39), "o emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de seu modelo e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática". Ainda segundo o autor, caso o receptor não entenda ou discorde do modelo criado, poderá refutá-los e justificar o motivo da rejeição.

Dialética da Institucionalização: O professor retoma a responsabilidade sobre a situação, tirando possíveis dúvidas e depois disso o saber torna-se oficial (ALMOULOUD, 2007).

A partir dessas dialéticas foi generalizado o termo Situação Didática Olímpica (OLIVEIRA, 2016; SANTOS; ALVES, 2017; AZEVEDO; ALVES, 2018) a partir do conceito de situações didáticas, tendo o *software* Geogebra como ferramenta auxiliar na visualização de características e propriedades inerentes aos problemas de olimpíadas. Então, uma Situação Didática Olímpica (SDO) é definida como:

> Um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (compreendendo ainda o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos de um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição e problemas ou um conjunto de problemas característicos das olimpíadas (SANTOS; ALVES, 2017, p. 285).

Assim, o professor planeja essas situações prevendo os possíveis passos dos alunos na resolução dos problemas, de forma que seus conhecimentos prévios sejam suscitados e, a partir deles e da interação com o *milieu*, os alunos busquem a solução do problema de forma autônoma e o professor atue como um mediador.

Engenharia Didática como metodologia de pesquisa

A Engenharia Didática (ED) foi desenvolvida pela pesquisadora e educadora Michèle Artigue na década de 80. Esse termo foi dado a uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho de um engenheiro, que para realizar um determinado projeto, que se baseia em conhecimentos científicos de seu domínio e aceita submeter-se a um controle do tipo científico. Segundo Artigue (1996, p. 196), "como metodologia de investigação, caracteriza-se antes de mais por um esquema experimental baseado em 'realizações didáticas' na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino".

Segundo Polli e Figueiredo (2019), a ED é uma metodologia de pesquisa qualitativa que surgiu com a Teoria das Situações Didáticas. Esta metodologia de pesquisa é organizada em quatro fases denominadas como: Análise preliminar, Análise *a priori*, Experimentação e Análise *a posteriori* e validação.

A seguir, descrevemos cada fase desta metodologia a partir de Almouloud (2007).

Análises preliminares: Essa fase consiste em identificar problemas referentes ao processo de ensino e aprendizagem do objeto de estudo nas dimensões epistemológica, cognitiva e didática, assim como identificar os problemas, as hipóteses, os objetivos e os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa.

Análise *a priori*: Essa fase é composta por uma parte descritiva e uma preditiva. Assim, o professor deve criar situações didáticas que sejam controláveis por ele, buscando prever como ela se desenvolverá e considerando os conhecimentos prévios dos educandos de forma que eles atinjam o objetivo, que é o aprendizado. É nessa fase que é feito, realmente, o planejamento da aula, descrevendo todos os passos a serem realizados.

Experimentação: É o momento de colocar em ação tudo o que foi previsto na fase de Análise *a priori*, ou seja, o momento de aplicação e coleta dos dados da investigação.

Análise *a posteriori* e validação: É a etapa em que é feita a análise e validação dos dados obtidos na pesquisa. Segundo Alves (2016, p. 697), a etapa de validação interna, que se originou na Engenharia Didática, "se mostra condicionada na confrontação dos dados (confrontação e validação das hipóteses de trabalho) que a teoria supõe e prediz do ensino e da aprendizagem, com os dados empíricos".

No presente trabalho, foram desenvolvidas as duas primeiras fases, pois estamos apresentando apenas uma proposta metodológica.

Análise preliminar

Na pesquisa de mestrado que originou esse trabalho, na fase de análise preliminar, foi feita uma busca no repositório do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e no banco de teses e dissertações da CAPES para identificar a existência ou não de propostas metodológicas específicas direcionadas a problemas olímpicos. Para este artigo usamos apenas o período de 2016 a 2018 e alguns trabalhos analisados.

No banco do PROFMAT selecionamos e analisamos os trabalhos de Cavalcante (2016) e Monteiro (2017).

Cavalcante (2016) apresenta, em sua pesquisa, uma proposta de produzir um texto matemático que aborda técnicas de resolução de exercícios sobre tabuleiros. O intuito é ajudar alunos e professores a encontrarem caminhos para problemas envolvendo tabuleiros. Ele apresenta cinco técnicas para facilitar o raciocínio do estudante que são, segundo o autor, marcação de casas, movimentos e preenchimento de um tabuleiro, cobertura de tabuleiros (Poliminós), redução a um caso menor e simetria em jogos. Essas técnicas foram utilizadas em problemas da OBM. Feito isso, ele compara suas resoluções com outras propostas por bancas de olimpíadas e conclui que as técnicas utilizadas podem favorecer a estruturação do problema pelo aluno.

Monteiro (2017) faz uma proposta de treinamento olímpico, através de sequências didáticas, para alunos da Rede Estadual utilizando material disponível no site da OBMEP, buscando desenvolver o raciocínio lógico dos alunos e estimular o interesse deles pela Matemática. Segundo o autor, as sequências didáticas propostas envolviam o uso de material teórico contextualizado, o uso de linguagem mais popular, porém sem deixar de trabalhar o rigor da Matemática, mas com o intuito de aproximar o aluno da referida disciplina.

Assim como foi feito no repositório do PROFMAT, foi realizada uma busca no banco de teses e dissertações da CAPES. A ênfase foi no estudo de dissertações. Para isso foram utilizadas palavras-chave como "Olimpíada de Matemática" / "Olimpíadas de Matemática", "Situações Didáticas Olímpicas" e "SDO", refinando a pesquisa para somente a área de educação. Analisando as pesquisas coligidas, muitas coincidiam entre as do banco do PROFMAT e do banco de teses e dissertações da CAPES, o que configurou a necessidade de uma análise cuidadosa dessas pesquisas a fim de que não houvesse repetição entre elas.

Em relação ao repositório do PROFMAT, o número de produções acadêmicas relacionadas ao tema foi bastante inferior, sendo destacada no período previamente descrito, as dissertações de Oliveira (2016), Andrade (2018) e Santos (2018) que além de versar sobre Olimpíadas de Matemática, utilizam SDO para a concepção de situações didáticas.

Oliveira (2016), em seu estudo, intitulado "Olimpíadas de Matemática: Concepção e Descrição de 'Situações Olímpicas' com o recurso do software Geogebra" utiliza a Teoria das Situações Didáticas como metodologia de ensino e concebe a noção de "Situação Didática Olímpica". Nesse trabalho, foram descritas situações didáticas utilizando problemas olímpicos, as "Situações Didáticas Olímpicas", referentes a problemas do nível 3, da OBMEP. O conteúdo abordado foi Geometria Plana e as SDO tiveram o software Geogebra como recurso tecnológico auxiliar. As duas primeiras fases da Engenharia Didática foram utilizadas como metodologia de pesquisa. Essa foi a primeira pesquisa, a nível de dissertação, que utilizou o termo "Situação Didática Olímpica".

Andrade (2018) buscou conhecer, inicialmente, as concepções de professores em formação do curso de licenciatura da Universidade Federal do Ceará (UFC), que fazem parte do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) na área de Matemática. Nessa pesquisa, os professores em formação elaboraram SDO, utilizando questões da OBMEP, prevendo possíveis atitudes de alunos de Ensino Médio ao se depararem com problemas olímpicos sobre área de figuras planas. A autora concluiu que as SDO contribuíram para o amadurecimento dos professores em formação frente a situações que eles ou outros professores possam vivenciar. Nesse estudo, a autora utilizou a Engenharia Didática de Segunda Geração, em suas quatro fases, como metodologia de pesquisa.

Santos (2018) apresentou uma Engenharia Didática (ED) que foi desenvolvida no contexto das Olimpíadas de Matemática. A autora utilizou o software Geogebra para modelizar SDO e, assim, identificar as categorias intuitivas de Efraim Fischbein. A autora concluiu que as SDO são uma alternativa para aulas direcionadas a olimpíadas de Matemática, pois oferecem a possibilidade de controlar/prever as ações dos alunos e proporcionar um sentido mais significativo no estudo da Geometria no contexto olímpico.

Dessas análises, podemos perceber que ainda há uma quantidade reduzida de pesquisas voltadas para metodologias de ensino no contexto das olimpíadas de Matemática. Grande parte das pesquisas tem como foco resolução de problemas e treinamentos olímpicos sem deixar claro uma metodologia de ensino a ser utilizada pelo professor. É importante, porém, que esse cenário seja modificado e que novos trabalhos surjam, visto que as Olimpíadas são de grande importância para a melhoria do ensino de Matemática e desenvolvimento da capacidade cognitiva dos estudantes frente a problemas que exigem um raciocínio e interpretação. Com isso, faz-se necessário incentivar e propor metodologias para serem utilizadas no ensino de problemas olímpicos.

A seguir, partimos para a segunda fase da Engenharia Didática: a análise a priori.

Análise *a priori*: Concepção e descrição das situações didáticas olímpicas

Como já foi citado anteriormente, essa fase é composta por uma parte descritiva e uma preditiva. Então, o professor planeja as situações didáticas, buscando prever o desenvolvimento dos alunos e os conhecimentos prévios, de forma que eles atinjam a construção de seu conhecimento.

Dessa forma, nesta fase, utilizamos a Teoria das Situações Didáticas (TSD) para elaborar duas Situações Didáticas Olímpicas (SDO) referentes a problemas do conteúdo Sequências Numéricas. Utilizamos o *software* Geogebra como ferramenta de apoio na transposição didática das sequências numéricas. As duas SDO foram concebidas e elaboradas a partir de problemas de olimpíadas de Matemática. Neste trabalho foram utilizados problemas da primeira fase da OBMEP.

A seguir, buscamos descrever as etapas segundo as dialéticas da TSD, assim como previsões acerca do comportamento do aluno frente a essas situações planejadas pelo professor.

Situação Didática Olímpica 1

(Problema da OBMEP 2015 – 1ª fase – Nível 3- questão 14).

Conhecimentos Prévios: Noções de Padrão, Equação do 1º grau, Expressões Numéricas.

Abaixo temos três figuras pentagonais: a primeira com 5 pontos, a segunda com 12 pontos e a terceira com 22 pontos. Continuando esse processo de construção, a vigésima figura pentagonal terá 651 pontos. Quantos pontos terá a vigésima primeira figura?

A) 656 *B) 695* *C) 715* *D) 756* *E) 769*

Dialética da Ação: nessa etapa, de acordo com Almouloud (2007, p. 38), "as interações estão centralizadas na tomada de decisões". Dessa forma, é importante observar as decisões tomadas pelos alunos a fim de conseguirem interpretar e diagnosticar o problema para buscarem sua solução. O professor apresentará as construções no Geogebra para que os alunos tenham mais facilidade em compreender o que está sendo questionado. Inicialmente, eles podem observar que a primeira figura possui 5 pontos, a segunda, 12 e a terceira, 22 pontos e começarão a estabelecer relações entre esses números, observando a diferença de pontos entre duas figuras consecutivas.

Esperamos que os alunos percebam que o número de pontos das figuras pentagonais está obedecendo a um padrão. O Geogebra poderá facilitar a visualização das figuras da sequência, através dos destaques nas cores, representados na Figura 1 (três primeiras figuras da sequência).

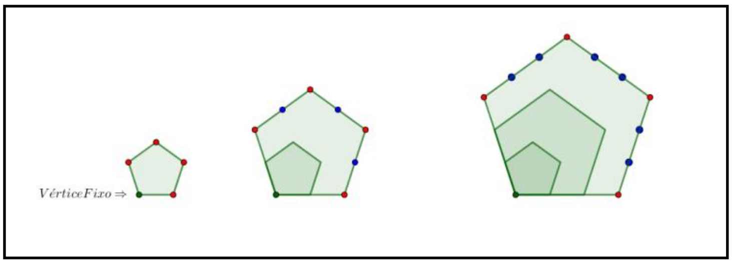


Figura 1 – Representação do acréscimo de pontos entre figuras consecutivas
Fonte: Lima (2019, p. 56).

Vale lembrar que esse problema pode ser resolvido envolvendo o conceito de Progressão Aritmética de Segunda Ordem, mas provavelmente o aluno não conheça e busque outras alternativas.

Dialética da Formulação: segundo Almouloud (2007), nessa fase o aluno troca informações com uma ou mais pessoas, de forma escrita ou oral. É nessa etapa, portanto, que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático, para chegar à solução do problema. Nesse caso, esperamos que os alunos comecem a formular hipóteses, analisando os pontos e a relação que existe entre eles. É nessa etapa que eles dialogam mais intensamente com os colegas buscando desenvolver ideias sobre o problema, a fim de encontrar um modelo matemático para chegar à solução do problema. Assim, poderão observar que para a construção da segunda figura foram acrescentados 4 pontos à primeira, que são os vértices da nova figura (indicados em vermelho) e 3 pontos nos lados opostos (indicados em azul) ao vértice fixo. Já em relação à segunda figura, a terceira figura não aumentou a quantidade de pontos vermelhos, mas aumentou 1 azul em cada lado (ver Figura 1).

Caso o aluno não tenha ideia de como resolver o problema, o professor deverá instigá-los, fazendo questionamentos, incentivando-os a analisarem as construções no Geogebra, como por exemplo, “em cada nova figura quantos pontos ficarão em seus vértices, sem considerar o vértice comum a todas?” e/ou “em cada nova figura quantos pontos não ficarão em seus vértices, sem considerar o vértice comum a todas”. Assim, sendo “n” a ordem da figura e representando sua quantidade de pontos por “Fn”, o aluno pode perceber que, seguindo esse padrão ele obterá os resultados expressos na Tabela 1.

Tabela 1 – Número de pontos de cada figura da sequência, de acordo com sua ordem

Ordem n	Figura na ordem n	Número de Pontos
1	F_1	5
2	F_2	$5 + 4 + 3 \cdot 1 = 12$
3	F_3	$12 + 4 + 3 \cdot 2 = 22$
...	...	...
n	F_n	$F_{n-1} + 4 + 3 \cdot (n-1)$
n + 1	F_{n+1}	$F_n + 4 + 3 \cdot n$

Fonte: Lima (2019, p. 57).

Analisando os dados, o aluno deverá perceber que a quantidade de novos pontos em cada figura será: $4 + 3 \cdot n$.

Com arrimo do software Geogebra, o aprendiz poderá visualizar as figuras da sequência, inclusive a décima figura, que está representada na figura 2, através da janela de visualização 2D e da janela de visualização 3D. Para obter a quantidade de pontos para figuras diferentes, basta movimentar o controle deslizante, inclusive outras figuras além da vigésima primeira podem ser observadas. Para isso, basta mudar os valores do controle deslizante.

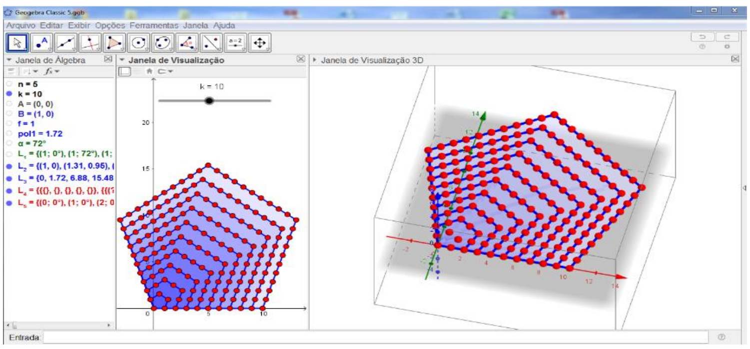


Figura 2 – Visualização 2D/3D correspondente à décima figura da sequência
Fonte: Lima (2019, p. 58)

Daí, se na vigésima figura existem 651 pontos e utilizando o modelo matemático obtido na etapa anterior, o aluno concluirá que na vigésima primeira figura a quantidade de pontos será:

$$F_{21} = F_{20} + 4 + 3 \cdot n$$

$$F_{21} = 651 + 4 + 3 \cdot 20$$

$$F_{21} = 651 + 64$$

$$F_{21} = 715$$

Nessa etapa, o aluno ainda não validou seu resultado, então deverá provar que suas ideias são válidas.

Dialética da Validação: Esperamos nessa fase os aprendizes argumentem e apresentem estratégias matemáticas, já que, segundo Almouloud (2007, p. 40), o objetivo a ser alcançado nessa etapa é "a validação das asserções que foram formuladas nos momentos de ação e de formulação, podendo se referir a diferentes níveis de validade: sintática, semântica ou mesmo pragmática (relativa à eficácia do texto)".

Assim, esperamos que o aluno busque comprovar a veracidade do modelo criado na etapa anterior, podendo ocorrer, por exemplo, através da resolução do problema através do modelo matemático para diferentes figuras da sequência ou movendo o controle deslizante e comparando os resultados.

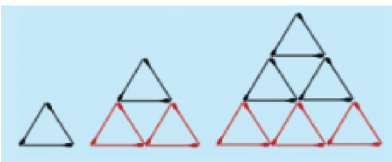
Dialética da Institucionalização: Nesse momento, o professor retoma o controle das atividades e formaliza o resultado obtido pelos alunos, pois segundo Almouloud (2007, p. 40), essa é a etapa em que "o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber". Assim, ele poderá confrontar o modelo matemático com o modelo computacional e explicitar para os alunos que a atividade envolveu um problema olímpico.

Situação Didática Olímpica 2

(Problema da OBMEP 2012 – 1ª fase – Níveis 2 e 3 – questões respectivamente 9 e 2).

Conhecimentos Prévios: Soma dos "n" primeiros números naturais, equação do 2º grau

Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos tem um lado desse triângulo? A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



Dialética da Ação: Inicialmente, é esperado do aluno que ele perceba a existência de um padrão na disposição em que os triângulos estão apresentados. É um momento de análise e conhecimento do problema. O aluno deve se familiarizar com os dados, identificar o que é necessário para resolvê-lo e começar a tomar decisões. Ele poderá começar a interagir com a figura no Geogebra e observar o padrão existente entre os triângulos da sequência. Pommer (2013) destaca que, nessa fase, o aluno elege um procedimento de resolução do problema, que nem sempre é o mais adequado, podendo ser eficaz para resolver parte do problema.

Dialética da Formulação: O aprendiz começará a trocar informações com os colegas acerca da existência do padrão que existe entre as figuras. Assim, com a movimentação do controle deslizante no Geogebra, que é uma ferramenta dinâmica, o aluno deverá ser instigado a observar a quantidade de lados, que representam os palitos, em cada figura. Esperamos que no desenvolvimento das elaborações do aluno, ele entenda que a partir dos triângulos que estão na posição 2, ou seja, para $n \geq 2$, é acrescentado n triângulos iguais ao primeiro, ao triângulo precedente. A construção dessa ideia deve ser feita passo-a-passo. Por isso, propomos que sejam analisadas as figuras consecutivamente. Na Tabela 2, são apresentadas as informações que esperamos que observem.

Tabela 2 – Número de palitos acrescentados à figura de acordo com sua ordem

Ordem da figura	**Número de palitos acrescentados à figura anterior**
2	$3 \cdot 2$
3	$3 \cdot 3$
4	$3 \cdot 4$
...	...
n	$3 \cdot n$

Fonte: Lima (2019, p. 69)

Ao final do problema, o aluno deverá saber quantos palitos tem um lado de um triângulo que foi construído com 135 palitos de fósforo. E assim, das observações no Geogebra ele deve generalizar e concluir que a quantidade de palitos do triângulo que ocupa a posição "n" na sequência corresponde a $3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + ... + 3 \cdot n$. Ou seja, a quantidade de palitos será a soma dos palitos de cada triângulo da sequência, que também pode ser escrito como $3 \cdot (1 + 2 + 3 + ... + n)$. Na Figura 3, apresentamos a quinta figura da sequência em duas dimensões e em três dimensões. Todas elas podem ser observadas, basta movimentar o controle deslizante.

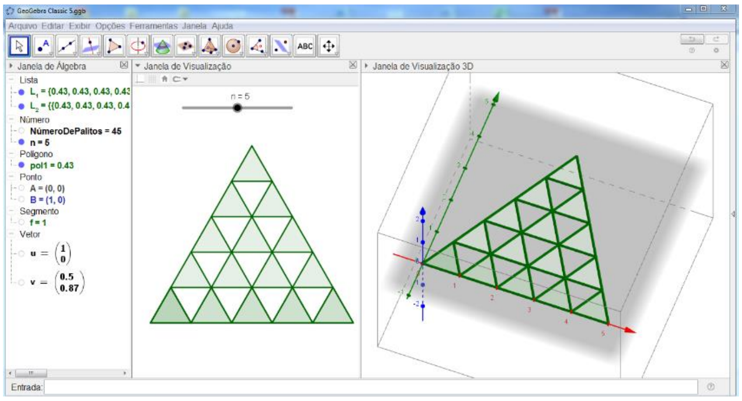


Figura 3 – Visualização 2D/3D correspondente à quinta figura da sequência
Fonte: Lima (2019, p. 70)

O professor poderá questionar os estudantes, sobre o próximo passo. Assim, eles deverão reconhecer a Sequência Numérica, mais especificamente a PA.

Assim, o aluno conhecendo esse conceito e o conceito da soma dos seus termos, prosseguirá. A soma dos termos de uma PA é dada por:

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

Assim, sabendo que a soma dos termos está sendo multiplicada por 3, esperamos que o discente apresente uma solução nesse sentido:

$$135 = \frac{3 \cdot n \cdot (1 + n)}{2}$$

Essa igualdade resulta em $3n + 3n^2 = 270$, ou ainda, $3n^2 + 3n – 270 = 0$. Ao resolver a equação do segundo grau, o aluno concluirá que n = -10 ou n = 9. Então ele deverá argumentar e mostrar qual é, realmente, a quantidade de palitos em um lado do triângulo que foi construído com 135 palitos. Isso ocorrerá na fase seguinte.

Dialética da validação: Com o amparo do Geogebra, o emissor poderá argumentar e mostrar exemplos, justificando a veracidade de seu modelo, como por exemplo, quando n = 9, é possível notar que há 135 palitos, sendo representados pelos lados dos triângulos pequenos (veja Figura 4).

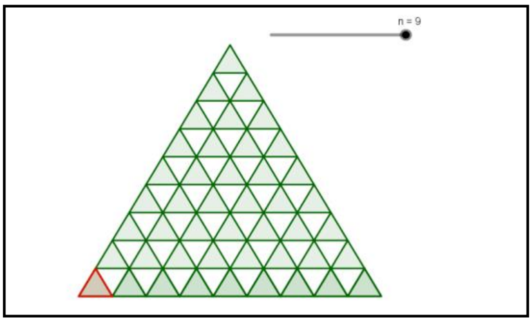


Figura 4 – Quantidade de palitos da nona figura da sequência
Fonte: Construção dos autores

Dialética da Institucionalização: Nessa fase, o professor retoma o controle das atividades e tira possíveis dúvidas dos alunos, relembrando o conceito de soma dos termos de uma PA e faz um fechamento das ideias. Se o aluno não entendeu algum conceito é o momento de esclarecê-lo. “Uma vez construído e validado, o novo conhecimento vai fazer parte do patrimônio matemático da classe, embora não tenha ainda o estatuto de saber social” (ALMOULOUD, 2007, p. 40).

Considerações finais

Esse artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado que buscou contribuir para a Educação Matemática trazendo uma proposta de ensino voltada às Olimpíadas de Matemática, acerca do conteúdo Sequências Numéricas.

Este trabalho foi organizado e estruturado a partir da metodologia de pesquisa conhecida como Engenharia Didática, restringindo-se às duas primeiras fases (Análise preliminar e Análise *a priori*), pois o intuito é uma proposta metodológica para o ensino de olimpíadas de Matemática.

Para tanto, inicialmente foram realizadas pesquisas sobre a OBMEP e seus impactos na vida do aluno e do professor. Em seguida, a busca foi no repositório do PROFMAT e do Banco de Teses e Dissertações da CAPES, na qual verificamos que não há uma discussão aprofundada acerca de metodologias no ensino de problemas olímpicos. Identificamos apenas o trabalho de Oliveira (2016) e as recém-defendidas pesquisas de Andrade (2018) e Santos (2018) que abordam a TSD como metodologia para o ensino de Geometria.

Diante dessa realidade, propomos aqui duas Situações Didáticas Olímpicas utilizando a TSD como teoria de ensino e o *software* Geogebra como um recurso tecnológico auxiliar. Através das situações de ação, formulação e validação esperamos que o aluno interaja com o *milieu* e com seus pares, conjecturando, discutindo, buscando a solução dos problemas, ou seja, construa seu conhecimento. Na situação de institucionalização, o professor toma para si a responsabilidade da situação e faz a exposição do conteúdo de forma teórica de acordo com as propriedades e teorias matemáticas.

Por fim, a partir da proposta das duas SDO, buscamos fomentar discussões acerca de propostas de ensino aliadas à tecnologia, mais especificamente no contexto olímpico, a fim de que ocorram melhorias no ensino de matemática, bem como incentivar o protagonismo do estudante frente aos problemas olímpicos, possibilitando o desenvolvimento autônomo e construção de conhecimento, além de incentivar a formação do professor que trabalha com olimpíadas.

Referências

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. São Paulo: Editora UFPR, 2007.

ALMOULOUD, S. A. Informática e educação matemática. **Revista de Informática Aplicada**, v. 1, n. 1, p. 50-60, 2010. Disponível em: http://ria.net.br/index.php/ria/article/view/95/90. Acesso em: 19 abr. 2020.

ALVES, W. J. S. **O Impacto da Olimpíada de Matemática em Alunos da Escola Pública.** 2010. 30 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

ALVES, F. R. V. Engenharia Didática: implicações para a pesquisa no âmbito do ensino em Análise Complexa (AC). **Revista Ciência e Natura**, v. 38, n. 2, p. 694-715, maio/ago, 2016.

ALVES, F. R. V. Situações didáticas olímpicas (SDOs): ensino de olimpíadas de matemática com arrimo no software Geogebra como recurso na visualização. **Alexandria: R. Educ. Ci. Tec.**, Florianópolis, v. 13, n. 1, p. 319-349, maio 2020.

ANDRADE, M. H. **Aplicação de Situações Didáticas Olímpicas numa abordagem experimental na formação docente.** 2018. 126 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

ARTIGUE, M. Engenharia didáctica. *In:* BRUN, J. (Org.). **Didáctica das matemáticas.** Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

ARTIGUE, M. Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportes de la aproximación instrumental. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, n. 8, p. 13-33. 2011. Disponível em: https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6948. Acesso em: 15 maio 2020.

AZEVEDO, I. F.; ALVES, F. R. V.; OLIVEIRA, J. C. OBMEP e Teoria das Situações Didáticas: uma proposta para o professor de Matemática. **Educação Matemática em Revista – RS,** v. 2, n. 19, p. 82-92, 2018.

BADARÓ, R. L. **Do zero às medalhas:** orientações aos professores de cursos preparatórios para olimpíadas de matemática. 2015. 144 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015.

BAGATINI, A. **Olimpíadas de Matemáticas, Altas Habilidades e Resolução de Problemas.** 2010. 82 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

BARBOSA, J. L. M. **Olimpíadas de Matemática:** uma experiência de sucesso em educação no Ceará. 2005. Disponível em: http://www.abq.org.br/simpequi/2014/download.php?tipo=painel&arquivo=olimpiadas-de-matematica.pdf. Acesso em: 28 abr. 2020.

BROUSSEAU, G. Ingéniere didactique: d'un problème à létude à priori d'une situation didactique. In École d'été de didactique des mathématiques, 2. **Actes [...],** France, 1982, p. 39-60.

CARDOSO, C. E. Geogebra e Geometria Analítica: uma proposta para o ensino do cálculo da distância entre dois pontos no plano. **Trilhas Pedagógicas**, Pirassununga, v. 9, n. 10, p. 285-300, ago. 2019. Disponível em: http://www.fatece.edu.br/arquivos/arquivos%20revistas/trilhas/volume9/18.pdf. Acesso em: 30 abr. 2020.

CAVALCANTI, V. S. Teoria das Situações Didáticas: Trabalhando Conceitos de Circunferências. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., **Anais[...],** Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática- SBEM, p. 1-16, 2013.

CARVALHO, E. F.; FARIAS, L. M. S. Utilização da Webquest à Luz da Teoria das Situações. *In*: COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO, 10. **Anais[...]**, Vitória da Conquista, 2013. p. 247-259.

FONSÊCA, K. G.; ULISSES, E. M.; OLIVEIRA, F. M. Análise das Provas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. **LSP - Revista Científica Interdisciplinar**, v. 2, n. 4, p. 63-87, abr./jun. 2015.

GOMES, H. C. M. **Reflexões Sobre Uma Prática de Ensino**: uma engenharia didática. 2008. 58 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

LIMA, M. L. O. **Situações Didáticas Olímpicas para o ensino de Sequências Numéricas:** um contributo da Engenharia Didática. 2019. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

OBMEP. **Apresentação**. Disponível em: http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm. Acesso em: 23 set. 2018.

OLIVEIRA, C. C. N. **Olimpíadas de matemática: concepção e descrição de "Situações Olímpicas" com o recurso do Software Geogebra.** 2016. 136 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

POLLI, C. T. S.; FIGUEIREDO, H. R. S. A metodologia da Engenharia Didática no ensino de Geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Trilhas Pedagógicas,** Pirassununga, v. 9, n. 10, p. 181-199, ago. 2019. Disponível em: http://fatece.edu.br/arquivos/arquivos%20revistas/trilhas/volume9/12.pdf. Acesso em: 30 abr. 2020.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula:** elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares. 2013. Disponível em: http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro+Eng%C2%AA+Did%C3%A1tica+201 3.pdf. Acesso em: 2 abr. 2020.

SANTOS, A. P. A.; ALVES, F. R. V. A teoria das situações didáticas no ensino das Olímpiadas de Matemática: uma aplicação do Teorema de Pitot. **Indagatio Didactica**, Aveiro, v. 9, n. 4, p. 279-296, 2017.

SANTOS, A. P. R. A. **Situações Didáticas Olímpicas:** um contributo da Engenharia Didática Clássica no Ensino de Olimpíadas. 2018. 141 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, IFCE, Fortaleza, 2018.

SANTOS, G. L.; ABREU, P. H. **Avaliação de Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP):** explicitação de Condições de Sucesso em Escolas Bem Sucedidas. *In:* Avaliação do impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática nas escolas públicas (OBMEP). Brasília, DF: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos. 2011. p. 47-72.

VALENTE, J. A. O uso inteligente do computador na educação. **Revista Pátio,** Ano I, n. 1, p. 1-5, maio/jul. 1997.

VALENTE, J. A. A comunicação e a educação baseada no uso das tecnologias digitais de informação e comunicação. **Revista UNIFESO: Humanas e Sociais**, v. 1, n. 1, p. 141-166, 2014.

VILLARREAL, M. E. Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. **Virtualidad, Educación y Ciencia**, v. 3, n. 5, p. 73-94, 2012. Disponível em: https://revistas.unc.edu.ar/index.php/vesc/article/view/3014. Acesso em: 15 abr. 2020.